(明治大学工学部研究報告)
(第 34 号・1978 年 3 月)

II-257　電力系統における火力ユニット間の経済的負荷配分の検討

(増分燃料費特性が極小値を含む 2 次曲線で表わされる場合)

都　築　旋　二

A Study on Economic Load Dispatching of Thermal Power System

—Supposing incremental fuel cost curve is expressed by quadratic equation with minimum point—

Senji TSUZUKI

Abstract

This paper describes a method of economic load dispatching of thermal power units supposing their incremental fuel cost curve is expressed by quadratic equation with minimum point.

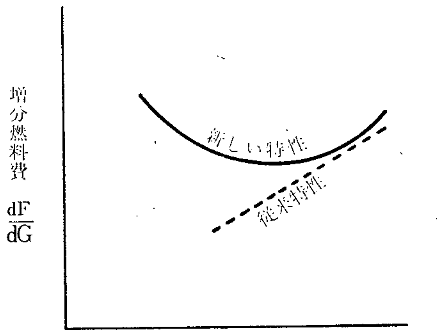
At first, new economic load dispatching method is developed from theoretical consideration applying Kuhn-Tucker's optimum theorem. And it made clear that the load dispatch schedule of each thermal power unit by this method has unpracticable discontinuity.

Finally, on condition that the small decrease of economy is acceptable, most practical load dispatching method which uses the minimum point of incremental fuel cost curve is proposed.

1.　はじめに

電力系統において並列運転を行なっている多数の火力ユニット間の負荷配分は，従来，各火力ユニットの増分燃料費がユニット出力に比例して増加する特性をもつことを前提とした“等増分費理論”にもとづいて行なわれて来ている。しかし，近年，大容量原子力ユニットの運転開始にともなう運転予備力確保のために，深夜の軽負荷時には火力ユニットが従来よりも低出力で運転する必要に迫られ，一方，多数の火力ユニットに大気環境保全のために設備された排煙脱硫装置の運転特性を含めた燃料費特性を用いた火力ユニット間の経済的負荷配分を行うことが望まれている。このため，現在行なわれている火力ユニット間の負荷配分法を再検討する必要が生じて来ている。

上記の事項を考慮に入れ，最近の運転実績にもとづいて作成された一電力会社における各火力ユニットの増分燃料費曲線は，第 1 図に示したように，従来の曲線と大きく異なり，極小値を含む 2 次曲線状となっていることが明らかにされた。各火力ユニットの増分燃料費曲線が，



第 1 図　火力ユニットの増分燃料費特性

このような曲線となる場合，従来の等増分費理論が適用し得なくなることは理論的に明らかであり，新らしい負荷配分理論の開発が必要となる。

本文は，火力ユニット増分燃料費特性が，極小値を含む 2 次曲線で表わされている場合について，火力ユニット間の経済的負荷配分理論の開発を試み，実用的な負荷配分法を提案している。すなわち，

1977.10 受理

(1) まず，クーンタッカーの最適条件にもとづいた理論的考察を行ない，各火力ユニットの出力上下限制約を考慮に入れた増分燃料費曲線はN字形となることを示し，従来と同様な等増分費理論による負荷配分よりも，さらに経済的となるような負荷配分が存在することを明らかにした。

(2) 次に，クーン・タッカーの最適条件を満足するような経済的負荷配分を見出すための考え方を示し，その方法によって得られる負荷配分が，ダイナミック・プログラミング法を用いて得られる負荷配分と一致することを確かめた。

(3) 上述の方法によって得られる負荷配分は，最も経済的となるが，系統負荷に対して各ユニット出力が不連続に変化する性質をもつことから実用性にとぼしい。このため，実用的な負荷配分として，各火力ユニット増分燃料費曲線の極小値の小さいユニットから順次その出力を増加してゆく“極小点順位法”を新らしく提案した。この方法は負荷配分方法が非常に簡単でありながら，最も経済的となるような負荷配分を行う場合に比して経済的損失が他の負荷配分法による場合よりも少ない特長をもっている。

2. 問題の定式化と最適化方程式

電力系統において，I台の火力ユニットが並列運転を行ない，指定された系統負荷 L(MW) を分担する場合に，各火力ユニットの燃料費の和（総燃料費：F_T (10^3円/H)）を最小ならしめるような各ユニット出力 (G_i (MW)) を決定することが，ここで考える問題である。ただし，各火力ユニットの燃料費は，ユニット出力のみの関数であり，(1)式で与えられ，その微分値（増分燃料費）は第1図中の実線のように極小値を含む2次曲線状となるものとする。また，各ユニット出力は，(2)式のように，それぞれ指定された運転範囲内に限定されるものとする。

$$F_i = A_i G_i^3/3 + B_i G_i^2/2 + C_i G_i + D_i \tag{1}$$

G_i : No. i ユニット出力 (MW)

F_i : No. i ユニットの燃料費 (10^3円/H)

A_i, B_i, C_i, D_i : No. i ユニットの燃料費特性定数

$$\underline{G_i} \leq G_i \leq \overline{G_i} \tag{2}$$

$\overline{G_i}$: No. i ユニット出力上限値 (MW)

$\underline{G_i}$: No. i ユニット出力下限値 (MW)

この問題は次のように定式化できる。すなわち，

$$L - \sum_{i=1}^{I} G_i = 0 \quad \cdots\cdots \text{需給平衡条件} \tag{3}$$

$$G_i - \overline{G_i} \leq 0 \quad \cdots\cdots \text{出力上限制約} \tag{4}$$

$$\underline{G_i} - G_i \leq 0 \quad \cdots\cdots \text{出力下限制約} \tag{5}$$

なる制約のもとで，次式で表わされる目的関数を最小ならしめる G_i(i=1. 2. ……, I) を見出せ。

$$F_T = \sum_{i=1}^{I} F_i \tag{6}$$

この問題を解くために，まず，次のラグランジュ関数 α を定義する。

$$\alpha = \sum_{i=1}^{I} F_i + \lambda\left(L - \sum_{i=1}^{I} G_i\right) + \sum_{i=1}^{I}\{\nu U_i(G_i - \overline{G_i}) + \nu L_i(\underline{G_i} - G_i)\} \tag{7}$$

λ: 需給平衡条件に関するラグランジュ乗数（系統増分費と呼ぶ）$\lambda > 0$,

νU_i : No. i ユニット出力上限制約に関するラグランジュ乗数 ($\nu U_i \geq 0$)

νL_i : No. i ユニット出力下限制約に関するラグランジュ乗数 ($\nu U_i \geq 0$)

ここで，クーンタッカーの最適条件を適用すれば，次の最適化方程式を導くことができる。

$$\frac{dF_i}{dG_i} = \lambda - \nu U_i + \nu L_i \tag{8}$$

i=1. 2. ……, I

$$L - \sum_{i=1}^{I} G_i = 0 \tag{3}$$

$$\nu U_i(G_i - \overline{G_i}) = 0 \tag{9}$$

$$\begin{cases} G_i \geq \overline{G_i} & \text{のとき} \quad \nu U_i > 0 \\ G_i < \overline{G_i} & \text{のとき} \quad \nu U_i = 0 \end{cases}$$

$$\nu L_i(\underline{G_i} - G_i) = 0 \tag{10}$$

$$\begin{cases} \underline{G_i} \geq G_i & \text{のとき} \quad \nu L_i > 0 \\ \underline{G_i} < G_i & \text{のきと} \quad \nu L_i = 0 \end{cases}$$

この最適化方程式の意味を考えてみるに，次のように述べることができる。

(i) $\underline{G_i} < G_i < \overline{G_i}$ の範囲

ユニット出力上下限制約にかからない範囲に限定してみると，(8)式は，(9)式および(10)式から

$$\nu U_i = \nu L_i = 0 \tag{11}$$

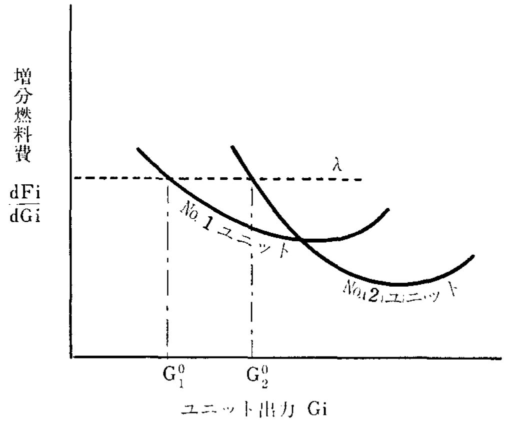
であることから，次のように書ける。

$$\frac{dF_i}{dG_i} = \lambda \tag{12}$$

ただし

$$\frac{dF_i}{dG_i} = A_i G_i^2 + B_i G_i + C_i \tag{13}$$

(12)式は，並列運転を行なっている各ユニットの増分燃料費が，ある一つの値 (λ) に等しくなければならないことを示している。この性質を利用すれば，各ユニットの経済的負荷配分を見出すことが可能な場合もある。一



第2図　最適化方程式の意味 ($\underline{G}_i<G_i<\overline{G}_i$ の場合)

例を第2図に示す。すなわち，(13)式で与えられる増分燃料費曲線を用いて(12)(3)両式を満足するような各ユニット出力 G_i^0 および λ を見出すことができる。しかし，λ の値によっては，一ユニットについて2つの異なる出力値が存在したり，あるいは全く出力値が存在しない場合が生じる性質をもっている。

(ii)　$G_i\leq \underline{G}_i$ および $G_i\geq \overline{G}_i$　の範囲

ユニット出力 G_i が指定された範囲を超える場合を考えてみる。

まず，出力下限制約に違反する場合には，(10)式から

$$\left.\begin{array}{l}\nu L_i>0\\ G_i=\underline{G}_i\end{array}\right\}\tag{14}$$

とせねばならない。(14)式を(8)式に代入してみると，次式が得られる。

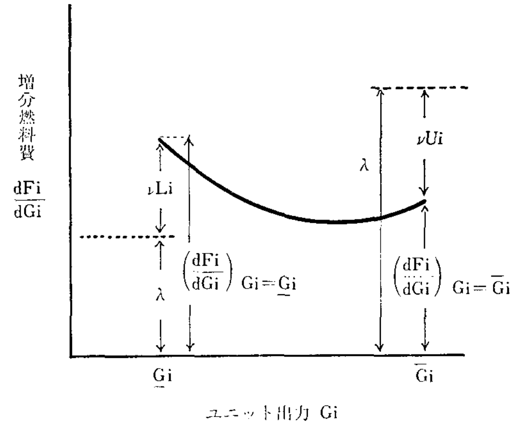
$$\left(\frac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\underline{G}_i}=\lambda+\nu L_i\tag{15}$$

(15)式を図示すれば，第3図中に示すように出力下限値($\underline{G}_i$) における増分燃料費 $(dF_i/dG_i)_{G_i=\underline{G}_i}$ から νL_i だけ小さい値が系統増分費となっていなければならないことを示している。このことは，系統増分費 (λ) が $(dF_i/dG_i)_{G_i=\underline{G}_i}$ よりも小さいときには，そのユニット出力 (G_i) は出力下限値 ($\underline{G}_i$) となり得ることを示している。

一方，出力上限制約に違反する場合には，(9)式より

$$\left.\begin{array}{l}\nu U_i>0\\ G_i=\overline{G}_i\end{array}\right\}\tag{16}$$

とせねばならない。この関係を(8)式に代入すれば次式が得られる。

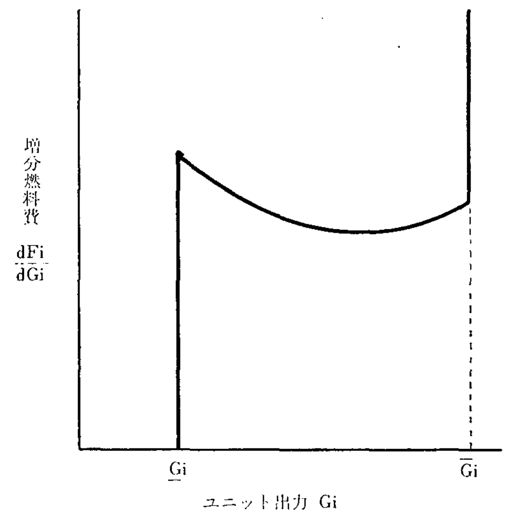


第3図　最適化方程式の意味 ($\overline{G}_i\leq G_i$ および $\underline{G}_i\geq G_i$ の場合)

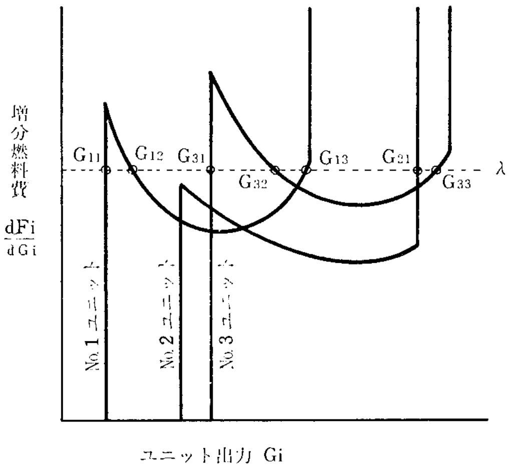
$$\left(\frac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\overline{G}_i}=\lambda-\nu U_i\tag{17}$$

(17)式を図示すれば，第3図中に示すように出力上限値($\overline{G}_i$) における増分燃料費 $(dF_i/dG_i)_{G_i=\overline{G}_i}$ に，νU_i を加えたものが系統増分費 (λ) となっていなければならないことを示している。このことは，系統増分費 (λ) が，$(dF_i/dG_i)_{G_i=\overline{G}_i}$ よりも大きいときには，そのユニット出力 (G_i) は出力上限値 ($\overline{G}_i$) となり得ることを示している。

上述の関係から，各ユニットの出力上下限制約を考慮に入れた増分燃料費特性は，第4図に示すように，N字形曲線で表わされねばならないことがわかる。



第4図　出力上下限制約を考慮に入れた増分燃料費曲線



第5図　N字形増分燃料費特性と最適化方程式の意味

3. 最適化方程式の解法

第4図に示したようなN字形増分燃料費曲線を $(dF_i/dG_i)_N$ と書くことにすれば，前述の最適化方程式は，次のように書くことができる。

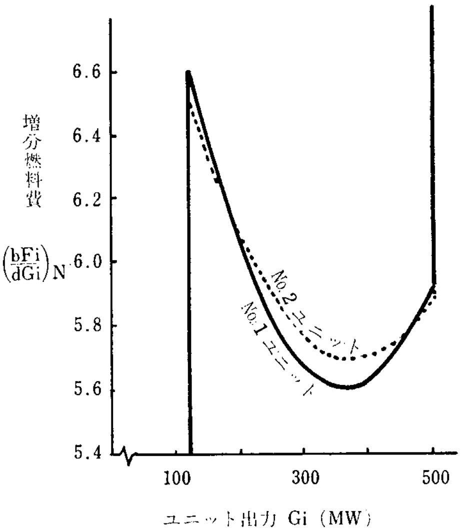
$$\left(\frac{dF_i}{dG_i}\right)_N=\lambda \tag{18}$$

$i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I$

$$L-\sum_{i=1}^{I} G_i=0 \tag{3}$$

(18)式の意味は，第5図に一例を示すように，N字形増分燃料費曲線が与えられたとき，各ユニットの増分燃料費がある一つの値 (λ) となるような出力 (G_i) を選べば，経済的負荷配分が定まることを示している。しかし，第5図から明らかなように，系統増分費 (λ) を一つ指定したとき，定まるユニット出力 (G_i) は唯一つとは限らず，一ユニットについて複数箇存在する場合もある。このために，並列各ユニットのそれらの出力の組合せを考える必要が生じてくる。このことは，(18)および(3)両式を満足するような解が複数組存在する可能性があることを示している。したがって，総燃料費を最小ならしめる解を求めるためには，(18)(3)両式を満足するすべての解を見出し，それらのうちから総燃料費が最小となるものを探し出せば良い。この解法を本文では，“拡張した等増分費法”と呼ぶことにする。

拡張した等増分費法を最も簡単な2ユニットシステムに適用した例を次に示す。N字形増分燃料費曲線を第6図に示すように仮定し，各ユニット燃料費 (F_i) は(1)式において $D_i=0$ とおいた。



$$\frac{dFi}{dGi}=AiG_i^2+BiGi+Ci,\quad \underline{Gi}\leqq Gi\leqq \overline{Gi}$$

i	Ai	Bi	Ci	$\underline{Gi}$	$\overline{Gi}$
1	$\overset{-5}{1.73611}$	$-\overset{-2}{1.25000}$	$\overset{0}{7.85000}$	120	500
2	$\overset{-5}{1.18343}$	$-\overset{-3}{8.99408}$	$\overset{0}{7.40888}$	120	500

第6図　2ユニットモデル

第1表　ユニット出力の組合せと総燃料費

L (MW)	組合せ	G_1 (MW)	G_2 (MW)	λ (円/kWH)	F_T 10³円/H)
450	1	120.00	330.00	5.7296	2958.96
	2	330.00	120.00	5.6156	2948.97
	3	216.91	233.09	5.9554	3000.31
650	1	500.00	150.00	6.3656	4109.34
	2	150.00	500.00	6.3260	4129.68
	3	283.31	366.69	5.7021	4160.51
900	1	453.62	446.38	5.7522	5576.99

例えば，$L=450$(MW) の場合には，とり得る G_1, G_2 の組合せを探してみると，第1表に示すように，いづれか一方のユニット出力が出力下限値となる場合と，両ユニットとも出力制約にかからない場合の3通りの組合せが存在する。この3通りのうち，総燃料費 (F_T) の最も小さい組合せ，すなわち，$G_1=330.00$ $G_2=120.00$ が求める解となる。

次に，$L=650$(MW) としてみると，いづれか一方のユニット出力が出力上限値となる場合と，両ユニットとも出力制約にかからない場合の3通りの組合せが存在し，求める解の総燃料費の最も小さい $G_1=500.00$ $G_2=$

150.00 となる。(第1表参照)

また，$L=900$(MW) としてみると，ユニット出力が出力制約にかかるような G_1, G_2 の組合せは存在せず，両ユニットとも出力制約にかからない組合せのみが存在し，それが求める解となる。(第1表参照)

上記数値例において，両ユニットとも出力制約にかからない組合せが示されているが，この組合せは，増分燃料曲線の2次式で表わされている部分で最適化方程式が成り立つ場合であり，これを求めるために次に示す繰返し収束計算を行っている。すなわち，

適当な初期値 λ, G_1, G_2 を与え，次式による修正を繰返す。

$$\lambda=\lambda+\Delta\lambda \tag{19}$$

$$G_i=G_i+\Delta G_i \tag{20}$$

$$\Delta\lambda=\{g_0+\sum_{i=1}^{I} g_i/g_i'\}/\sum_{i=1}^{I} 1/g_i' \tag{21}$$

$$\Delta G_i=\{\Delta\lambda-g_i\}/g_i' \tag{22}$$

$$g_0=L-\sum_{i=1}^{I} G_i \tag{23}$$

$$g_i=A_iG_i^2+B_iG_i+C_i-\lambda \tag{24}$$

$$g_i'=2A_iG_i+B_i \tag{25}$$

これら計算式の誘導はその細目を附-1に示した。

また，$L=900$ の場合に G_1 と G_2 の組合せが一通りしか存在しないが，このモデルにおいて，系統増分費 λ によって，次のように G_i が定まることから容易に理解し得る。すなわち，

$\lambda>\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\underline{G}_i}$ の場合

$G_i=\overline{G}_i$ 1点のみ存在する

$\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\underline{G}_i}>\lambda>\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\overline{G}_i}$ の場合

$G_i=\underline{G}_i$

$=\underline{G}_i\sim GMN_i$ の間の1点

$=\overline{G}_i$

以上3点が存在する。

$\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=\overline{G}_i}>\lambda>\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=GMN_i}$ の場合

$G_i=\underline{G}_i$

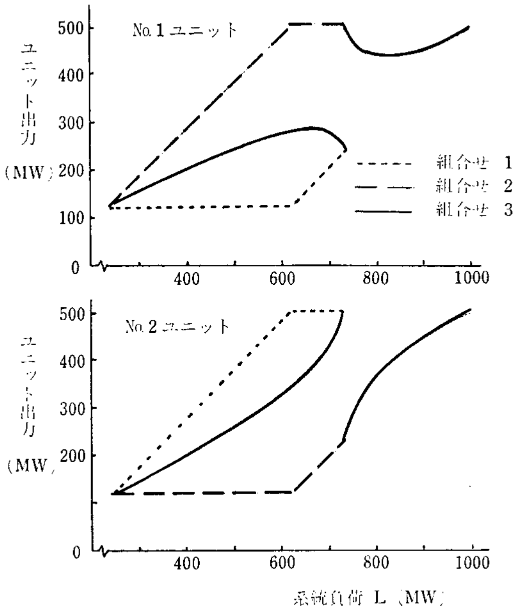
$=\underline{G}_i\sim GMN_i$ の間の1点

$=GMN_i\sim\overline{G}_i$ の間の1点

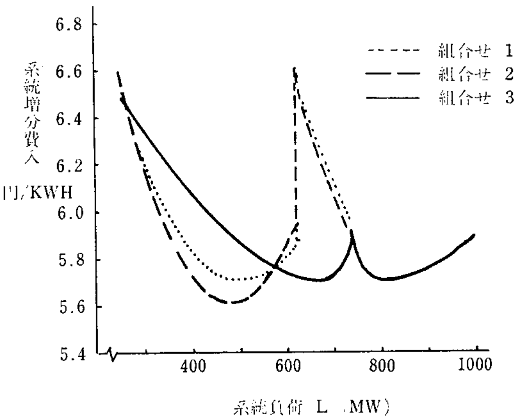
以上3点が存在する。

$\left(\dfrac{dF_i}{dG_i}\right)_{G_i=GMN_i}>\lambda$ の場合

$G_i=\underline{G}_i$ 1点のみ存在する。



第7図 最適方程式を満足するユニット出力の組合せ



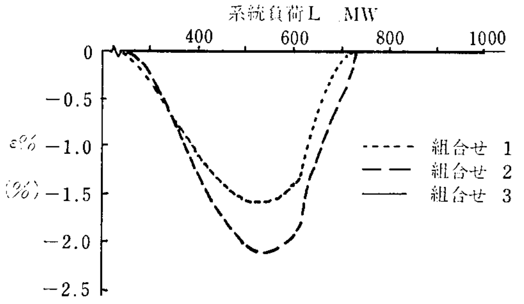
第8図 最適化方程式を満足する系統増分費

ただし，GMN_i : dF_i/dG_i の極小値を与える出力を示す。

4. 最適解の性質

前述のユニットモデルについて，系統負荷 (L) と各ユニット出力 (G_i) の関係を調べてみた。すなわち，上記数値例と同様な計算をすべての系統負荷範囲 ($240\leq L\leq 1000$) にわたって行なった。その結果を第7図および第8図に示す。

第7図は G_1, G_2 の3種類の組合せを示したもので組合せ1，組合せ2はともにいずれか一つがユニット出力制約にかかる場合であり，$L\doteqdot 735$(MW) 以上の系統負



第9図　各組合せの総燃料費比較

荷範囲では存在しなくなる。この点では，系統増分費 λ が $(dF_i/dG_i)_{G_i=\overline{G_i}}$ の小さい方の値に等しくなっている。一方，組合せ3はユニット出力制約にかからず，全系統負荷範囲にわたって存在する組合せである。この組合せ3は，上記 $L \fallingdotseq 735$ の点で不連続となること，また第8図に見られるように，$(dF_i/dG_i)_{G_i=GMN_i}$ の大きい方の値以上に系統増分費λが低下しない，などの特長をもっている。

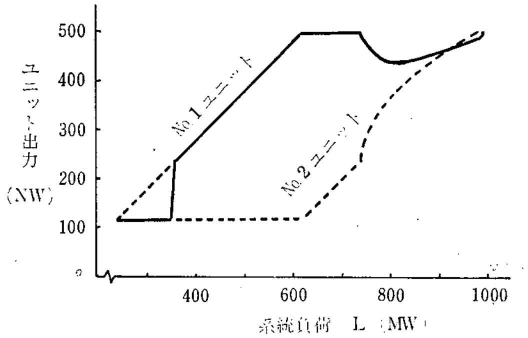
次に，組合せ3を基準にとり，上記3通りの組合せを行うときの総燃料費を次式によって比較し，第9図を得た。

$$\epsilon\% = \frac{F_T - F_T\,(\text{組合せ})}{F_T\,(\text{組合せ})} \times 100 \quad (\%) \qquad (26)$$

F_T：総燃料費$=F_1+F_2$

第9図から，$L=240\sim350$ (MW) の範囲では組合せ1，$L=350\sim735$(MW) の範囲では組合せ3をそれぞれ採用し，$L=735$(MW) 以上の範囲では組合せ2を採用すれば，最も経済的なユニット出力 G_1, G_2 が決定できることがわかる。ここで，$\epsilon\%$の値が−2％にも達していることは注目すべきことである。

第10図は最も経済的な負荷配分を示している。この負荷配分は，2ユニット各出力のあらゆる組合せを試みて



第10図　最も経済的な負荷配分

総燃料費が最小となるような組合せを選定するダイナミック・プログラミング法（附-2参照）の結果と全く一致している。このことから，拡張した等増分費法は誤りのない方法であるということができよう。

上述の数値例から，増分燃料費特性がN字形で表わされる場合には，次のような特長を持つことが推定される。

(1)　ユニットが出力上限値あるいは出力下限値で運転するような系統負荷範囲が広く，増分燃料費特性 dF_i/dG_i によって出力が定まるような系統負荷範囲が少ない。

(2)　増分燃料費 dF_i/dG_i が等しくなるような負荷配分は，系統負荷範囲によっては，必ずしも最も経済的な負荷配分とならず，このときの経済的損失は可成り大きい。

(3)　増分燃料費 dF_i/dG_i が等しくなるような系統負荷範囲は $(dF_i/dG_i)_{G_i=GMN_i}$ の大きい方と，$(dF_i/dG_i)_{\overline{G_i}=G_i}$ の小さい方の各値の間に系統増分費 λ が含まれる場合に限定される。このため，並列ユニット数が多く，増分燃料費曲線が多数重なってくる場合には増分燃料費 dF_i/dG_i が等しくなるような系統負荷範囲は少なくなるものと想像される。

(4)　系統増分費 λ と系統負荷 L との関係は一義的ではなく，一つのλに対して複数の L に対応する性質をもっている。

以上に，簡単な2ユニットモデルについて検討例を示したが，拡張した等増分費法を並列ユニット数の多い実システムに適用することを考えてみるに，次の2つの問題点を指摘することができる。すなわち，

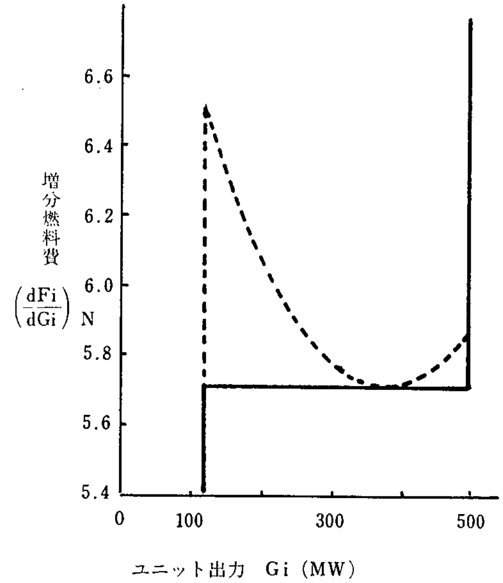
(1)　最適化方程式，(18)式および(3)式を満足するようなすべての解を見出すには尨大な量の計算が必要であり，オンライン計算はむつかしく，実用面から程遠い計算法であるといわざるを得ない。

(2)　高速度の計算機によって上記(1)の難点をまぬかれ得たとしても，計算の結果得られる負荷配分は，系統負荷の変化に対して各ユニット出力は一様でなく，不連続に変化する性質をもっていることから，実運用に直ちに適用することは好ましくない。

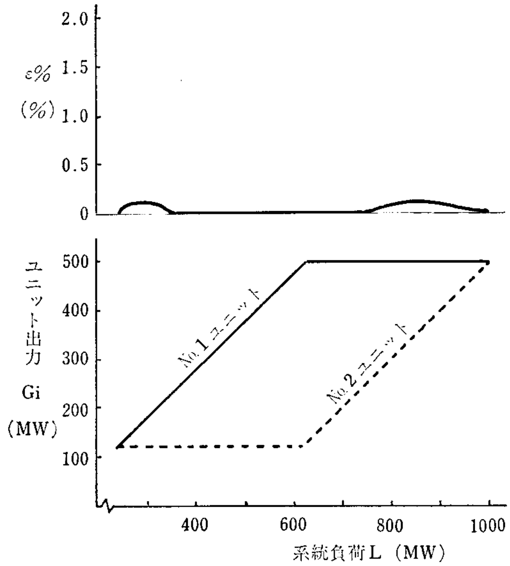
このような理由から，増分燃料費曲線がN字形である場合に，負荷配分計算が簡単であり，かつ経済性が大きく損われないような実用的と負荷配分法の開発が必要となってくる。

5.　実用的な負荷配分法

並列運転を行なっている各火力ユニットのN字形増分燃料費特性が与えられた場合に，経済性，すなわち総燃料費が幾分か増大することを許して，運用の容易な負荷配分法を考えてみた。



第11図 極小点順位法における等価な増分燃料費特性の表示



第12図 極小点順位法による負荷配分と総燃料費の比較（2ユニットモデル）

先に示した2ユニットモデルのN字形増分燃料費曲線を見直してみるに，次のような特長をもっている。

(1) 増分燃料費極小値は，No. 1ユニットの方が小さい。

(2) ユニット出力の殆んどの範囲で，No. 2ユニットの増分燃料費が，No. 1ユニットのそれを上廻っている。

また，この2ユニットモデルの最適解は，第10図に示したように，No. 1ユニット出力がNo. 2ユニット出力よりも高い系統負荷範囲が広い性質をもっている。

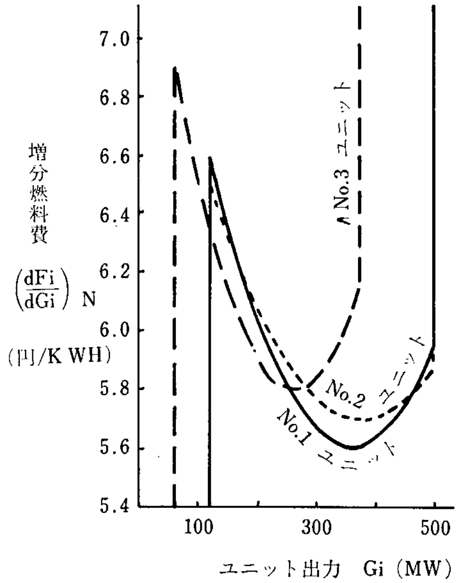
以上の諸点から，系統負荷の増加にともない，増分燃料費極小値の最も小さいユニットがまず出力を増加し，その最大値（出力上限値）に達したならば，その次に増分燃料費極小値の小さいユニットが出力を増加してゆく負荷配分法（本文では極小点順位法と呼ぶ）を検討してみた。この負荷配分法は，第11図に示すように，N字形増分費曲線（点線）を実線で示すような段形に書き換えて，等増分費理論を適用するのと同じである。

第6図に示した2ユニットモデルに極小点順位法を適用すれば，第12図に示すように，まず，No. 1ユニットが出力を増加し，出力上限値に達したならば，引続いてNo. 2ユニットが出力を増加してゆく負荷配分となる。この負荷配分を行うときの総燃料費と，拡張した等増分費法によるそれを（27）式を用いて比較した。

$$\epsilon\% = \frac{F_{TA} - F_{TB}}{F_{TB}} \times 100 \quad (\%) \qquad (27)$$

F_{TA}：極小点順位法による総燃料費

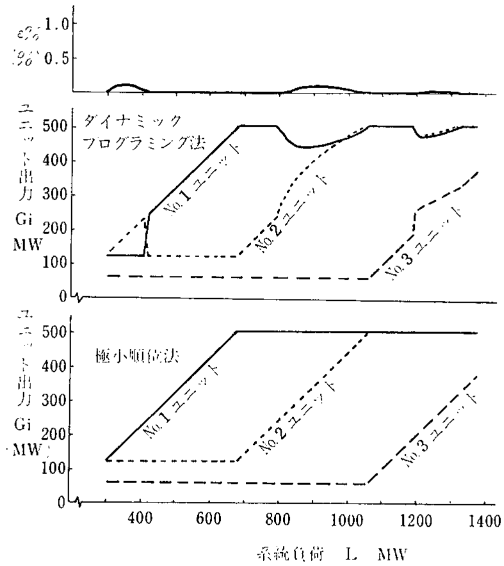
F_{TB}：拡張した等増分費法による総燃料費



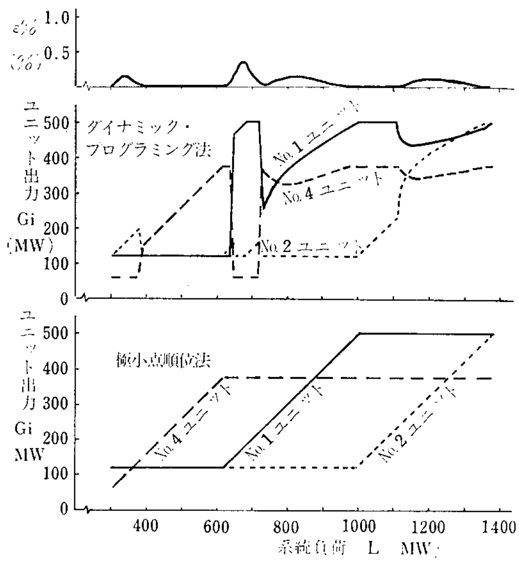
$$\frac{dFi}{dGi} = AiG_i^2 + B_iG_i + C_i,\ \underline{G}_i \leqq G_i \leqq \overline{G}_i$$

i	Ai	Bi	Ci	$\underline{G}$i	$\overline{G}$i
1	$\overset{-5}{1}.73611$	$-\overset{-2}{1}.25000$	$\overset{0}{7}.85000$	120	500
2	$\overset{-5}{1}.18343$	$-\overset{-3}{8}.99408$	$\overset{0}{7}.40888$	120	500
3	$\overset{-5}{2}.75000$	$-\overset{-2}{1}.43000$	$\overset{0}{7}.65900$	60	375

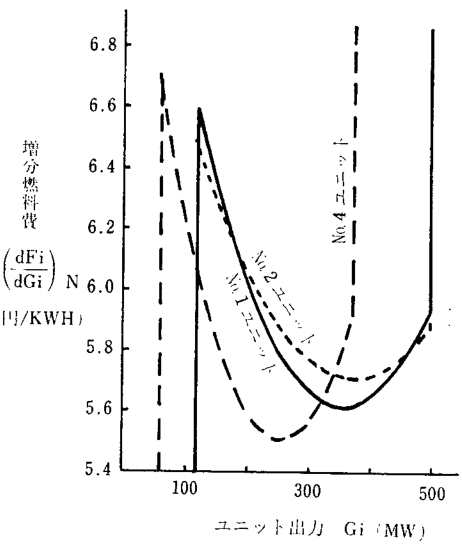
第13図 3ユニットモデル1の特性



第14図　3ユニットモデル1の負荷配分と総燃料費の比較



第16図　3ユニットモデル2の負荷配分と総燃料費の比較



$$\frac{dFi}{dGi}=A_iG_i^2+B_i\,G_i+C_i,\quad \underline{G}_i\leqq G_i\leqq\overline{G}_i$$

i	Ai	Bi	Ci	$\underline{G}$i	$\overline{G}$i
1	$\overset{-5}{1}.73611$	$-\overset{-2}{1}.25000$	$\overset{0}{7}.85000$	120	500
2	$\overset{-5}{1}.18343$	$-\overset{-8}{8}.99408$	$\overset{0}{7}.40888$	120	500
4	$\overset{-5}{3}.00000$	$-\overset{-2}{1}.56000$	$\overset{0}{7}.52800$	60	375

第15図　3ユニットモデル2の特性

その結果は第12図上部に示すようになり損う経済性はかなり少ないことが明らかとなった。

次に，極小点順位法を3ユニットモデルに適用したところを述べる。各ユニットのN字形増分燃料費曲線は第13図（モデル1）および第15図（モデル2）に示すように仮定した。モデル1とモデル2の相異は，2台の500(MW)ユニットに対して，375(MW)ユニットの増分燃料費極小値の位置が異なっている点にある。

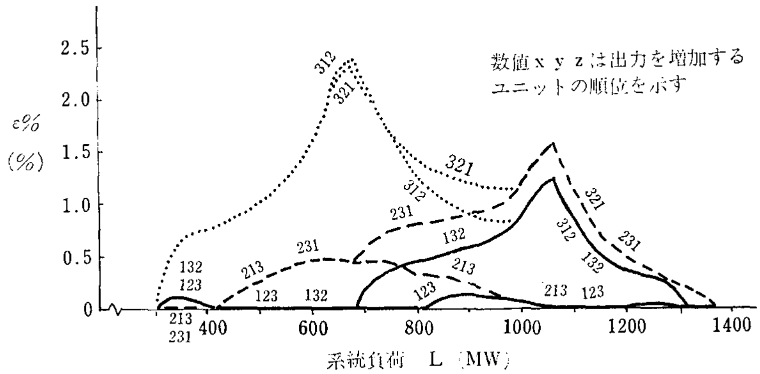
各モデルについて，極小点順位法による負荷配分，拡張した等増分費法と同じ結果を与えるダイナミック・プログラミング法による負荷配分およびこの2つの負荷配分を行うときの総燃料費比較（(27)式）を第14図および第16図に示した。

また，モデル1において，3台のユニットが出力を増す順序を種々に変更して総燃料費比較を行なったところを第17図に示した。図中123，312，等とあるのは，出力を増加してゆくユニットの順序を表わしている。この図から順序としては極小点の順位に従う場合が最も経済的となることが理解されよう。

これらの数値例からみると，極小点順位法を採用したことによって損われる経済性は，ごく一部を除いて0.2%程度以下であり，経済性の面からは十分実用可能ということが出来る。また，増分燃料費の極小値のみを知れば簡単に負荷配分を決定し得るところから，負荷配分法として十分実用的な方法といえる。

6.　むすび

火力ユニットの増分燃料費が極小値を含む2次曲線で



第17図 負荷順位による総燃料費の相異

表わされる場合を想定して，ユニット間の経済的負荷配分を検討したところを述べたが，この問題は，最適化問題としては未開発の分野に含まれている，いわゆる非凸計画問題を構成しているため，これまで解き得ないとされていた問題であった。本文においては，この問題の解法の考え方を示し，簡単な例について試算したところを示したが，更に，実規模システムの問題を解く手法を開発することが必要であろう。

考えた負荷配分問題の解がもつ性質として，実運用には好ましくない不連続なユニット出力変化が生じることを指摘し，これを避けながら，損う経済性が出来る限り少くないような負荷配分法として極小点順位を提案したが，未だ適用例が少ないため，今後さらに実規模システムに適用して，その実用性を確かめることが必要である。

本文においては火力ユニットの基本的特性である増分燃料費曲線の形状のみに注目して検討を進めたが，実システムにおいては，さらに多くの問題があり，例えば，送電損失，電力潮流制約，SO_2 排出量制約，他社との電力融通など，それらをどのように考慮に入れて実用的な系統運用理論を組立ててゆくか，また，現行理論との関連など，今後に残されている問題は少なくない。

附-1 最適化方程式の数値解法

各火力ユニット出力が，出力上下限制約にかからない場合の解は次のようにして求めることができる。

満足すべき方程式は次の $(I+1)$ ヶの連立方程式である。

$$\frac{dF_i}{dG_i}=\lambda \qquad i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I \tag{附-1}$$

$$L-\sum_{i=1}^{I} G_i=0 \tag{附-2}$$

上式を解くために次のようにおく。

$$f_i(G_i,\ \lambda)=\frac{dF_i}{dG_i}-\lambda=A_iG_i^2+B_iG_i+C_i-\lambda$$

$$i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I \tag{附-3}$$

$$f_0(G_1,\ G_2,\ \cdots\cdots G_I)=L-\sum_{i=1}^{I} G_i \tag{附-4}$$

ここでニュートン法を適用する，すなわち

$$f_i(G_i+\Delta G_i,\ \lambda+\Delta\lambda)=f_i(G_i,\ \lambda)$$

$$+\frac{\partial f_i}{\partial G_i}\Delta G_i+\frac{\partial f_i}{\partial \lambda}\Delta\lambda=0$$

$$i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I \tag{附-5}$$

$$f_0(G_i+\Delta G_i,\ G_2+\Delta G_2,\ \cdots\cdots,\ G_I+\Delta G_I)$$

$$=f_0(G_1,\ G_2,\ \cdots\cdots,\ G_I)+\sum_{i=1}^{I}\frac{\partial f_0}{\partial G_i}\Delta G_i=0 \tag{附-6}$$

上式において

$$\frac{\partial f_i}{\partial G_i}=2A_iG_i+B_i \tag{附-7}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \lambda}=-1 \tag{附-8}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial G_i}=-1 \tag{附-9}$$

(附-5 ((附-6) をまとめて書けば次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} g_1' & 0 & \cdots\cdots & 0 & -1 \\ 0 & g_2' & \cdots\cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & g_I' & -1 \\ 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta G_1 \\ \Delta G_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta G_I \\ \Delta\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g_1 \\ -g_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -g_I \\ g_0 \end{pmatrix} \tag{附-10}$$

ここで

$$g_i=A_iG_i^2+B_iG_i+C_i-\lambda \tag{附-11}$$

$$g_i'=2A_iG_i+B_i \tag{附-12}$$

$$g_0=L-\sum_{i=1}^{I} G_i \tag{附-13}$$

(附-10) を式を解くために，ガウスの消去法を適用すれば容易に次式を導くことができる。

$$\Delta\lambda=\left\{g_0+\sum_{i=1}^{I}(g_i/g_i')\right\}\Big/\sum_{i=1}^{I}(1/g_i') \qquad (附\text{-}14)$$

$$\Delta G_i=\{\Delta\lambda-g_i\}/g_i' \qquad (附\text{-}15)$$

$i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I$

したがって，適当に与えた初期値 λ，$G_1G_2\cdots\cdots G_I$ から出発して

$\lambda=\lambda+\Delta\lambda$

$G_i=G_i+\Delta G_i$

なる修正を施すことを繰返し行えば，最適解を得ることができる。なお，増分燃料費極小点の近傍では $g_i'\fallingdotseq 0$ となるため ΔG_i が不安定となるので，この近傍での計算には更に工夫が必要とされる。

附-2 ダイナミック・プログラミング法による負荷配分計算

各火力ユニットの燃料費特性式と，その出力上下限値が指定されているとき，ベルマンの最適性の原理を適用すれば，火力ユニット間の経済的負荷配分問題は，次のように定式化することができる。すなわち

$$\phi_i(G_i,\ L_i)=F(G_i)+\Phi_{i-1}(L_i-G_i) \qquad (附\text{-}18)$$

$$\Phi_i(L_i)=\min_{G_i}\{\phi_i\} \qquad (附\text{-}19)$$

ただし，$i=1$ のとき

$$\Phi_0=0 \qquad (附\text{-}20)$$

$$\phi_1(G_1L_1)=F(G_1)=F(L_1) \qquad (附\text{-}12)$$

上記中の記号は次のような意味をもっている。

i ：任意に定めた火力ユニット番号

$i=1.\ 2.\ \cdots\cdots,\ I$

G_i : No. i ユニット出力 (MW)

$F_i(G_i)$: No. i ユニット出力 G_i のとき燃料費(10^3 円/H)

$F_i(G_i)=A_iG_i^3/3+B_iG_i^2/2+C_iG_i+D_i$

L_i : No. 1 ユニットから No. i ユニットまでの i 台のユニットが並列されているとき分担し得る系統負荷であり，次の範囲の値をとることができる。

$$\sum_{i=1}^{I}\underline{G_i}\leq L_i\leq\sum_{i=1}^{I}\overline{G_i} \qquad (附\text{-}22)$$

$\phi_i(G_i,L_i)$: No. 1 ユニットから No. i まで i 台のユニットが並列され，系統負荷 L_i のとき，No. i ユニット出力が G_i の場合の累加費用

$\Phi_i(L_i)$: No. i ユニット出力を種々に変更したときの ϕ_i の最小値

計算は $i=1$ から順次 $i=I$ まで行うが，各段階においては，L_i をパラメータとして ϕ_i をすべての $G_i(\underline{G_i}\leq G_i\leq\overline{G_i})$ について計算した後に $\Phi_i(L_i)$ を見出し，それを与えるような G_i の値が記録される。この操作をすべての L_i について行う。計算内容は単純であるが，その繰返し回数は非常に多いので，L_i, G_i をどの程度の巾で離散化するかということが得られる結果の精度と関連して適切に選ばれねばならない。